



CONTROLE N°6

DONNEES :

Caractéristiques du jet d'eau de Genève :

- hauteur moyenne du jet : 140 m
- vitesse v_0 de sortie de l'eau : 200 km.h⁻¹

$P_{\text{atm}} = 1013 \text{ hPa}$ (hectopascal) ; $1,0 \text{ bar} = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

$\rho_{\text{eau de mer}} = 1,03 \cdot 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$

Surface des lunettes de plongée : $S = 1,4 \cdot 10^{-1} \text{ dm}^2$

$g = 9,8 \text{ N.kg}^{-1}$

Une visite en Suisse

Le jet d'eau de Genève, est l'emblème de la ville. Il permettait à l'origine de contrôler la pression d'une usine hydraulique en laissant s'échapper vers le ciel l'eau en surpression.

Le but de cet exercice est de discuter de deux différentes modélisations permettant d'étudier le mouvement du jet d'eau.



ESTIMATION DE LA HAUTEUR DU JET

On souhaite estimer la hauteur du jet à l'aide d'un modèle très simple. On s'intéresse à une goutte d'eau de masse m initialement au niveau du sol, à qui on communique une vitesse v_0 dirigée verticalement vers le haut.

Dans cette partie, on néglige les frottements de l'air sur la goutte. La hauteur du jet est notée h_1 . L'origine des altitudes pour le calcul de l'énergie potentielle de pesanteur est choisie à la surface du lac, où est située la sortie des pompes et l'axe Oz est orienté vers le haut.

Estimer la hauteur h_1 du jet. Commenter le résultat.

UN MODELE PLUS COMPLEXE

Une modélisation plus complexe permet d'obtenir les expressions de l'altitude z et de la vitesse v de la goutte en fonction du temps. On utilise le langage python afin d'obtenir le graphique des différentes énergies en fonction du temps.

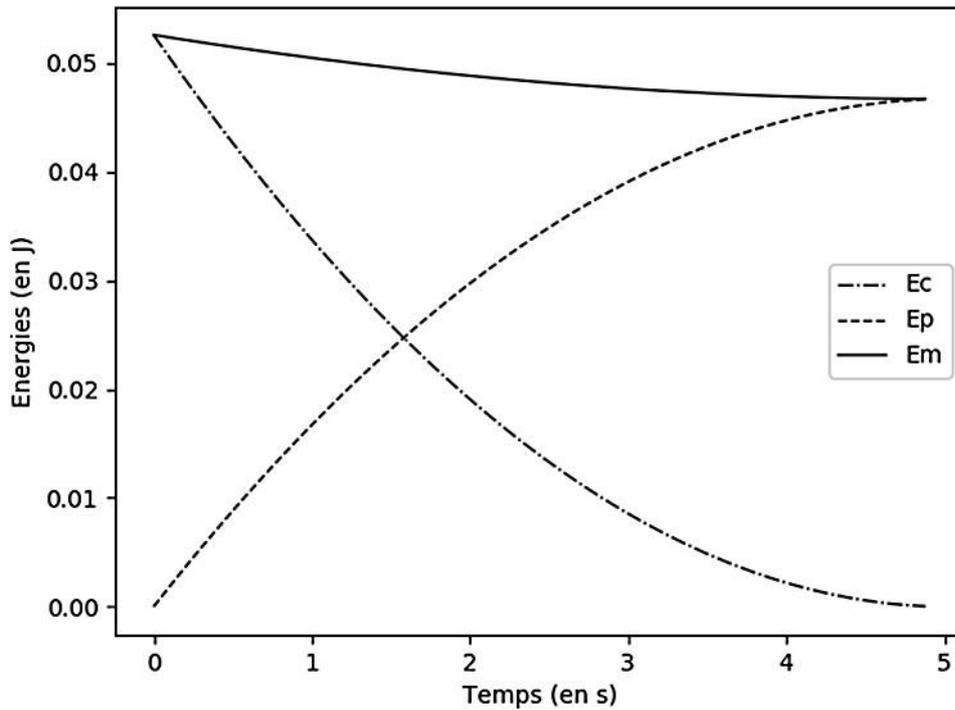
Dans cette partie, la hauteur du jet est notée h_2 .

Extrait du programme réalisé en python :

```

10 from pylab import *
11
12 #Echelle de l'axe des abscisses
13 t = linspace(0, 4.88, 100)
14
15 #Definition des constantes
16 m = 34*10**-6 #masse d'une goutte d'eau
17 g = 9.81      #champ de pesanteur
18 v0 = 55.6    #vitesse initiale
19 f = 1.24*m
20
21 #Expressions de la vitesse et de l'altitude
22 v = -(g+f/m)*t + v0
23 z = -0.5*(g+f/m)*t**2 + v0*t
24
25 #Expressions des energies
26
27
28 Em = Ec + Ep
29
30 #Courbes des energies
31 plot(t, Ec,"b-.", linewidth=1, label="Ec")
32 plot(t, Ep,"b--", linewidth=1, label="Ep")
33 plot(t, Em,"b-", linewidth=1, label="Em")
34
35 xlabel("Temps (en s)")
36 ylabel("Energies (en J)")
37 legend()
38 show()

```



Représentation graphique des énergies obtenue à partir du programme python

2. Compléter les lignes 26 et 27 du programme en python afin qu'il permette d'obtenir la représentation graphique de la figure ci-dessus.
3. Commenter l'évolution de l'énergie mécanique de la goutte obtenue sur ce graphique. Indiquer en quoi la modélisation choisie ici permet d'obtenir des résultats plus en accord avec la réalité que le modèle proposé dans la situation sans frottements.
4. La norme de la force de frottement, supposée constante, qui s'applique sur la goutte est notée f .
 - a. Relier la variation d'énergie mécanique de la goutte entre sa position haute et sa position basse ΔE_m à la hauteur du jet h_2 et à la norme force de frottement f .
En déduire l'expression de f .
 - b. La valeur choisie dans le programme pour f permet d'obtenir une valeur de 140 m pour la hauteur h_2 du jet.
À l'aide du graphique, évaluer ΔE_m .
En déduire la valeur choisie pour la norme de la force de frottement.
 - c. Les équations de la mécanique des fluides permettent d'établir que la force de frottement est proportionnelle au carré de la vitesse de la goutte.
Indiquer une éventuelle amélioration à apporter à la modélisation utilisée dans le programme Python.

Les limites de la plongée

Depuis 2012, le record du monde d'apnée *No Limit* est détenu par H.Nitsch, surnommé The flying fish avec une profondeur de 253 m.

1. Utiliser la loi fondamentale de la statique des fluides pour déterminer la variation de pression ΔP entre la surface et la profondeur atteinte lors de ce record.
En déduire la pression P_{\max} à 253 m de profondeur.
2. Montrer que, dans l'eau de mer, la pression augmente d'un bar tous les 10 m.
3. Donner la relation puis calculer la valeur maximale de la force pressante modélisant l'action mécanique exercée par l'eau sur la surface des lunettes.
La comparer à celle en surface.